

Patikslintas garso greièio ore parametrinis modelis

J.Ramanauskas

Kauno technologijos universitetas

Binomi garso greièio ore parametriniai modeliai

Vienas ið garso greièio parametrinio modelio idealioms dujoms, esant prielaidai, kad garso sklidimas yra adiabatinis procesas, iðreiðkiamas Laplaso formule garso greièiui [1, 2]

$$c = \sqrt{\frac{p\gamma}{\rho}} \quad (1)$$

Modelis (1) taikytinas garso bangoms, kuriø ilgis virðija molekuliø laisvo kelio ilgá ($\approx 10^{-5}$ cm), t.y. orui garso dâpnis neturi virðyti 10^5 kHz [1]. Esant izoterminiam garso sklidimo pobûdþiui gaunama Niutono formulë garso greièiui :

$$c = \sqrt{\frac{p}{\rho}} = \sqrt{\frac{RT^\circ}{M}} \quad (2)$$

Jau L.Bergmano [1], o po to A.Gorbatovo ir G.Rudaðevskio knygoje [3,4] knygoje sausame atmosferiniam orui esant 0 °C, normaliam slëgio $p = 10^5$ Pa ir tankiui $\rho_0 = 1,293$ kg/m³ pateikiama formulë :

$$c = 20,067\sqrt{T^\circ} \quad , \quad \text{m/s.} \quad (3)$$

Robertas Hicklingas ir Samuelis P.Marinas [5] pateikia toká garso greièio parametriná modelá:

$$c = 331,31\sqrt{\frac{T^\circ}{273,16}} = 20,046\sqrt{T^\circ} \quad , \quad \text{m/s.} \quad (4)$$

H.Kuchlingas [6] pagal eksperimentiðkai prie 0 °C temperatûros gautá garso greièio reikðmæ $c = 331,6$ m/s, pateikia tokia formulæ :

$$c = 331,6\sqrt{\frac{T^\circ}{273}} = 20,069\sqrt{T^\circ} \quad , \quad \text{m/s.} \quad (5)$$

H.Kuchlingas [6] pateikia ir teoriðkai apskaièiuotá garso greièio reikðmæ, esant 0 °C pagal formulæ :

$$c = \sqrt{\gamma \cdot RT^\circ} \quad , \quad (6)$$

kuriá gauna ið (1) formulës, kai $\rho = p/RT^\circ$. Sustatæs dydþiø reikðmes á (6) formulæ, H.Kuchlingas gauna garso greièio reikðmæ, esant 0 °C :

$$c_0 = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 273} = 331,2 \quad , \quad \text{m/s.}$$

Taigi gali atsirasti ir daugiau tokio pavidalo, kaip (3), (4), (5) modeliø, kuriuose garso greitis iðreiðkiamas kaip sandauga pastovaus koeficiento ir kvadratinës ðaknies ið absoliuèios temperatûros. Beje H.Kuchlingas [6] fizikos þinyne akcentuoja, kad garso greitis dujose plaèiose ribose priklauso tik nuo temperatûros ir nepriklauso nuo dujø slëgimo.

Kiek kitokio pavidalo nei (3), (4), (5) formulës matematiná modelá garso greièiui sausame ore, be CO₂, savo matavimø pagrindu temperatûrø diapazonui (90-270) °K pateikia Th.H. Quigley's [7] :

$$c^2 = 3,007 \cdot 10^{-2} \cdot T^{\circ 2} + 3,8762 \cdot 10^2 \cdot T^\circ + 806 + 1,8043 \cdot 10^5 \cdot T^{\circ -1} - 2,0364 \cdot 10^7 \cdot T^{\circ -2} \quad (7)$$

Ði (7) formulë paimta ið [1] knygos 319 psl.

A.Voleiðio [8] interferometriniu metodu iðmatuotos garso greièio reikðmës ore esant ávairiai temperatûrai ir 998,00 kHz dâpniui pateiktos tolesnëje 1 lentelëje. Temperatûra 12-28 °C diapazone iðmatuota su 0,01 °C paklaida, kitais atvejais 0,1 °C. Interferometro pjezoimtuvo poslinkis tyrimo metu buvo 30 mm. Ávairiø temperatûrø rezultatai gauti suvidurkinus 30-50 matavimø. Matavimai atlikti per 9-ias dienas.

Garso greiðio matavimo paklaida - 2 ágalina palyginti ávairius analitine iðraiðka pateiktus modelius.

Dis A.Voleiðio lentelës pavidalo parametrinis garso greiðio ore modelis

1 lentelë. A.Voleiðio eksperimentiniai garso greiðio ore matavimø rezultatai

Eksperimento diena	Temperatūra, °t, °C	Garso greitis ore, c, m/s	Eksperimento diena	Temperatūra, °t, °C	Garso greitis ore, c, m/s
1	20,07	344,07	6	40,1	355,61
2	27,03	348,14	6	50,3	361,35
3	11,92	339,08	6	50,3	361,34
3	13,47	340,05	6	59,6	366,65
3	15,66	341,40	6	72,3	373,68
4	17,79	342,58	6	72,4	373,69
4	17,79	342,59	7	8,3	336,83
4	17,80	342,58	7	8,3	336,87
4	20,74	344,32	7	12,38	339,20
5	24,55	346,56	7	12,42	339,24
5	26,66	347,82	8	7,55	336,40
5	27,70	348,36	8	7,85	336,54
5	27,72	348,37	9	84,25	380,04
6	33,9	352,04	9	95,75	386,41

Akustiniuose aido-impulsiniuose nuotolio matuokliuose taikoma ir tiesinë (3) modelio aproksimacija [4]:

$$c = 331,46(1 + 1,83 \cdot 10^{-3} \cdot t), \text{ m/s} \quad (8)$$

Padidinto tikslumo numatytam temperatūrø diapazonui (3) modelio tiesinë aproksimacija akustiniams nuotolio matuokliams pateikta [9] tokia:

$$c = a + bT^\circ; \quad (9)$$

kur:

$$a = 10,0335 \frac{T_{\max}^\circ \sqrt{T_{\min}^\circ} - T_{\min}^\circ \sqrt{T_{\max}^\circ}}{T_{\max}^\circ - T_{\min}^\circ} + 2,508575(\sqrt{T_{\max}^\circ} + \sqrt{T_{\min}^\circ}),$$

$$b = 20,067 / (\sqrt{T_{\max}^\circ} + \sqrt{T_{\min}^\circ}).$$

G.S.K.Wongas [2] straipsnio 2-oje lentelėje pateikia ávairiø autoriø gautus 35-is c_0 matavimo rezultatus nuo 1919 m. iki 1985 metø. Pagal ðià lentelæ maþiausias $c_{\min} = 330,8$ m/s gautas 1938 m. Kukkamäkis [10] atvirame ore 1 - 1,3 km atstumu sprogimo bûdu, o didþiausias $c_{\max} = 331,79$ m/s gautas 1923 m. McAdie [11] nuolaidþia kryptimi su gariniu ðvilpuku. Netgi interferometriniu bûdu 10-ies autoriø pateiktos 2-je lentelėje [2] iðmatuotos garso greiðio reikðmës esant 0 °C ir

ávairiems dþpniams yra tarp 330,92 m/s ir 331,68 m/s. Taigi interferometrinis metodas tik 0,1 m/s ið abiejø pusių susiaurina garso greiðio c_0 diapazonà.

Pateikti duomenys rodo, kad iki ðiol nebus

nëra ir tikriausiai vienareikðmiðko atsakymo á klausymà, koks yra garso greitis nors esant vienai 0 °C temperatûrai.

Taigi net interferometriniu bûdu gauti ávairiø autoriø, esant ávairiems dažniams, garso greiðio c_0 matavimo rezultatai yra 0,23 % ribose iðsibarstæ. Taip yra ne vien dėl matavimo paklaidø, bet ir dėl ávairiø nenumatytø veiksniø átakos. Todël svarbu iðanalizuoti ne tik temperatûros átakà garso greiðiui, bet ir kitus átakos veiksnius.

Drëgmës, CO₂, slëgio ir dþpnio átaka garso greiðiui ore

Garso greiðio nuo drëgmës priklausomybë nevienareikðmiðkai apraðoma literatûroje. Knygoje [3] apraðoma, kad didëjant oro drëgnumui garso greitis pradþioje greitai auga, po to, perëjæs maksimumà, truputá sumapëja ir pagaliau vël auga. Be to, augant dþpniui, maksimumas slenka á maþesniø drëgmës reikðmiø pusæ. Literatûroje [12] garso greitis ore esant vandens garø parcialiniam slëgiui e , iðreiðkiamas empirine formule:

$$c = c_s(1 + a_f \cdot e) \quad (10)$$

Kiekybiškai, esant 0 °C, santykinės drėgmės h padidėjimas nuo 0,6 iki 1,0 sąlygoja garso greičio padidėjimą 1.5 % dažniams iki 200 kHz [12].

Pasak G.S.K. Wongo ir T.F.W. Embletono [13], garso greičio ore priklausomybė nuo santykinės drėgmės h diapazone 0 - 1,0 ir temperatūros t pagal Celsijų diapazone 0 - 30 °C ir esant slėgiui 101,325 kPa, aprađoma tokia aproksimacine formule :

$$c(h, t) = c_0 \{ 1 + h(9,66 \cdot 10^{-4} + 7,2 \cdot 10^{-5} \cdot t + 41,8 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 + 7,2 \cdot 10^{-8} \cdot t^3 + 6,5 \cdot 10^{-11} \cdot t^4) \} \quad (11)$$

Pagal ūià (11) formulà esant aukštesnei temperatūrai drėgmės padidėjimas ore labiau padidina garso greità.

Garso greičio ore priklausomybė nuo anglies dvideginio CO₂ procentiškai iđreikšta dydžiu h_c diapazone 0-1 % , temperatūrø diapazonui 0-30 °C ir, esant slėgiui 101,325 kPa, yra aprađoma tokia aproksimacine formule [2] :

$$c(h_c, t) = c_0 \{ 1,0000974 + 10^{-7} \cdot t - h_c(0,003091 + 2,7 \cdot 10^{-6} \cdot t) \} \quad (12)$$

Garso greičio ore priklausomybà nuo slėgio eksperimentiškai nustatė A.H.Hodge [14]. Toji priklausomybė lentelė pateikta D.Kei ir T.Lebi knygoje [15] ir grafiku L.Bergmano knygoje [1]. Ta priklausomybė, esant 27 °C, [14] pateikta 2 lentelėje

2 lentelė. Santykinio garso greičio priklausomybė nuo slėgio

Slėgis (atm)	1	10	20	50	100
Santykinis garso greitis	1	1,00 3	1,00 8	1,02 4	1,06 4

Iđ 2 lentelės matome, kad didėjant slėgiui garso greitis pradeda sparėiau augti. Pastaroji iđvada taikytina, kai kalbame apie temperatūras, aukštesnes uđ 250 °K. Esant pėmesnems temperatūroms garso greitis ore augant slėgiui pradbioje maųėja, pereina "lūpio" tačkà ir pradeda augti. Apie tai detaliau aprađyta 10.3 § ir parodyta 17 pav. knygoje [16].

G.P.Howell ir C.L.Morfey [17] pateikia garso greičio priklausomybà ore nuo dažnio 200 - 500 Hz diapazone. Iđ 2 pav. [17] matyti, kad garso greitis dėl deguonies relaksacijos proceso,

esant 20 °C ir 1 atm, padidėja apie 0,1 m/s. Garso greičio nuo dažnio padidėjimas susijęs ir su oro drėgme. Esant didesnei drėgmei, garso greičio padidėja esant aukštesniam dažniui. Dažniø diapazone, tinkamame akustiniam aido - impulsiniam nuotolio matuokliams, duomenø apie garso greičio priklausomybà nuo dažnio neaptikta. Todėl toliau neanalizuosime dažnio atakos garso greiui ore.

Situacijos, susijusios su garso greičio parametriniai modeliais, analizė

Iđ aukšėiau pateiktø parametriniø garso greičio modeliø, aprađytø (1) - (11) formulėmis ir 1,2 lentelėmis, matome, kad jø yra didelė àvairovė. Àvairovė pasireiđkia naudojamø modeliuose atakos veiksnio skirtumais, dėsningumø, priklausomø nuo atakos veiksnio, skirtumais, modelyje esanėio atakos veiksnio skaiėiumi, bei pateikimo forma. Dis vaizdas neatskleidžia viso situacijos sudėtingumo. Jau vien iđ [2] publikacijos, kurioje pateikiami garso greičio matavimai nuo 1919 m. iki 1985 m. ir turinėioje 57 literatūros nuorodas ūiais klausimais (tarp kuriø - ne tik straipsniai, bet ir disertacijos mokslo laipsniui gauti), matome, kod tai platus klausimas. Taip pat matome, kad iki ūiol nėra sukurtas garso greičio matematinis modelis, àvertinantis àvairius atakos faktorius ir plaėiame diapazone. ūiame darbe apsiribosime tik daline ūio klausimo analize, kuri tenkintø nors iđ dalies tokiø modeliø pritaikymà akustiniam aido - impulsiniam nuotolio matuokliams.

Pateiktø garso greičio parametriniø modeliø analizė

Pirmiausia išanalizuosime, kaip tarp savø susijø ar skiriasi eksperimento rezultatus orui aproksimuojanti išraiška (7) ir modeliai, kuriø pavidalas:

$$c = A\sqrt{T} \quad (13)$$

Tuo tikslu surandame orui koeficiento A iđ modelio (13) priklausomybà nuo T , kai c randamas iđ (7) iđraiðkos:

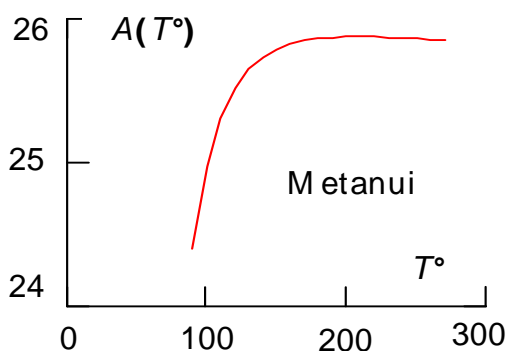
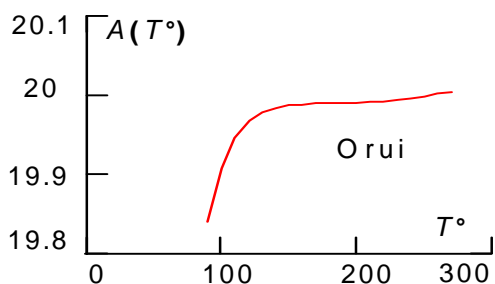
$$A(T) = \frac{c(7)}{\sqrt{T}} \quad (14)$$

Siekiant iđsiaiðkinti, ar ir grynoms dujoms analogiðka priklausomybė yra,

atliekame tokius paëius skaiëiavimus metano dujoms. Garso greiëio priklausomybës nuo temperatûros analitinë iðraiðkà, aproksimuotà pagal matavimø rezultatus paimame ið Th.H.Quigley [7], kuri pateikta ir [1] knygos 319 psl. Metanui gauname tokià iðraiðkà:

$$A(T^\circ) = T^{\circ-\frac{1}{2}} \cdot (6,6176 \cdot 10^2 \cdot T^\circ + 1,0016 \cdot 10^6 \cdot T^{\circ-1} - 1,3846 \cdot 10^8 \cdot T^{\circ-2})^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

Grafiðkai (14) ir (15) priklausomybës pavaizduotos 1 paveiksle.



1 pav. A koeficiento pagal modelà (13) priklausomybës nuo temperatûros T° orui ir metanui

Grafikai. parodo, kad pagal modelà (13) orui ir metanui yra pastebima A koeficiento priklausomybë nuo temperatûros, kad garso greitis nuo temperatûros negrieptai priklauso pagal kvadratinës ðaknies ið absoliuëios temperatûros dësningumà (13) plaëiame temperatûrø diapazone ir kad siauresniems temperatûrø diapazonams modelis (13) gali bûti laikytinas nepriklausomu nuo temperatûros.

Tolimesnei analizei svarbu ne tik pastarosios priklausomybës orui pobûdis, A reikðmë orui, esant 273 °K, t.y. $A(273) = 20,005038$, bet ir $A(T^\circ)$ augimo greitis orui (50 - 0)°C diapazone : $(A(273) - A(273 - 50))/50 = 2,348 \times 10^{-4}$ °C.

Toliau analizuosime 1 lentelëje pateiktà eksperimentinë garso greiëio c_1 ore priklausomybæ nuo temperatûros °t. Tuo tikslu pagal (13) modelà sudarome lentelæ 3, kurioje koeficientas A surandamas pagal tokià formulæ:

$$A(T^\circ) = \frac{c_1}{\sqrt{t + 273,16}} \quad (16)$$

A koeficiento paklaidas ávertinsime kaip netiesioginiø matavimø rezultatà, daliniø iðvestiniø pagalba [18]. Tai reiðkia, kad, suradus δA , toliau tarsime, kad T° ir c neturi matavimo paklaidø. Ðiuo atveju δA paklaidos dedamosios yra koreliuotos, todël jas sumuojame algebriðkai. Ið (13) modelio gauname :

$$\delta A = \frac{\partial A}{\partial T^\circ} \delta T^\circ + \frac{\partial A}{\partial c} \delta c = \frac{c}{2T^\circ \sqrt{T^\circ}} \delta T^\circ + \frac{1}{\sqrt{T^\circ}} \delta c \quad (17)$$

Iðraiðkos (17) pirmoji dedamoji apraðo δA paklaidos dedamàjà δc A dël garso greiëio matavimo paklaidos, o antroji δT A dël temperatûros matavimo paklaidos. Skaiëiavimo rezultatus suvedame á 3 lentelæ, kurioje matavimo paklaidos $\delta c = 0,02$ m/s, o $\delta T = 0,01$ °C arba $\delta T = 0,1$ °C.

3 lentelë. A(T°) koeficiento priklausomybë nuo temperatûros ir jo paklaidos

Temperatûra, °t, °C	Garso greitis ore, c_1 , m/s	$A(T^\circ)$ $T^\circ = 273,16 + t$	$\delta A(^\circ t)$	$\delta A(c)$	$\delta A(c, ^\circ t) = \delta A(^\circ t) + \delta A(c)$
7,55	336,40	20,078305	0,000358	0,001194	0,001551
7,85	336,54	20,075936	0,000357	0,001193	0,001550
8,3	336,83	20,077167	0,003567	0,001192	0,004759
8,3	336,87	20,079551	0,003567	0,001192	0,004759
11,92	339,08	20,082547	0,000352	0,001185	0,001537

Temperatūra, $t, ^\circ\text{C}$	Garso greitis ore, $c_i, \text{m/s}$	$A(T^\circ)$ $T^\circ=273,16+t$	$\delta A(^{\circ}t)$	$\delta A(c)$	$\delta A(c, ^{\circ}t) = \delta A(^{\circ}t) + \delta A(c)$
12,38	339,20	20,073466	0,000352	0,001184	0,001535
12,42	339,24	20,074427	0,000351	0,001183	0,001535
13,47	340,05	20,085468	0,000350	0,001181	0,001532
15,66	341,40	20,088610	0,000348	0,001177	0,001525
17,79	342,58	20,084121	0,000345	0,001173	0,001518
17,79	342,59	20,084707	0,000345	0,001173	0,001518
17,80	342,58	20,083776	0,000345	0,001173	0,001518
20,07	344,07	20,092899	0,000343	0,0011685	0,001511
20,74	344,32	20,084566	0,000342	0,001167	0,001508
24,55	346,56	20,085457	0,000337	0,001159	0,001496
26,66	347,82	20,087424	0,000335	0,001155	0,001490
27,03	348,14	20,093510	0,000335	0,001154	0,001489
27,70	348,36	20,083808	0,000334	0,001153	0,001487
27,72	348,37	20,083717	0,000334	0,001153	0,001487
33,9	352,04	20,090021	0,003271	0,001141	0,004413
40,1	355,61	20,091922	0,003207	0,001130	0,004337
50,3	361,34	20,091194	0,003106	0,001112	0,004218
50,3	361,35	20,091750	0,003106	0,001112	0,004218
59,6	366,65	20,099541	0,003020	0,001096	0,004117
72,3	373,68	20,104856	0,002910	0,001076	0,003986
72,4	373,69	20,102484	0,002909	0,001076	0,003985
84,25	380,04	20,102310	0,000281	0,001058	0,001339
95,75	386,41	20,118155	0,000273	0,001041	0,001314

3 lentelės duomenis ávertinã pagal tiesinẽs regresijos funkcijã, kuri ágalina gauti pasvirusiã tiesã, tenkinanẽiã maþiausio kvadratø metodã (MKM), gauname tokiã tiesinẽs regresijos tiesẽs formulã:

$$A(273,16+t) = 20,088275 + 3,767943 \cdot 10^{-4} \cdot t. \quad (18)$$

Taip pat gauname, kad 3 lentelės duomenys turi vidurkã $A_v(273,16+t) = 20,088275$, vidutinã kvadratinã nuokrypã $\sigma(A) = 0,010176$, dispersijã $\sigma^2(A) = 1,035436 \times 10^{-4}$, koreliacijos koeficientã $R(A, ^\circ t) = 0,9196$.

Praktiðkai taikant 2 lentelės rezultatus, ne visuomet reikalingas toks platus temperatūrø diapazonas. Todël tikslinga turëti rezultatus ið 3 lentelės, ávertintus pagal tiesinẽs regresijos funkcijã siauresniam temperatūrø diapazonui, pvz., ðiuo atveju iki 50,3 °C imtinai. Pastarajam

atvejui $A_v(273,16+t) = 20,084537$, $\sigma(A) = 0,005957$, $\sigma^2(A) = 3,548853 \times 10^{-5}$, $R(A, ^\circ t) = 0,7347$, o tiesinẽs regresijos tiesẽs formulẽ kartu su standartiniø paklaidø ávertinimu tokia:

$$A(273,16+t) = (20,077 \pm 0,008) + (3,5 \pm 0,7) \cdot 10^{-4} \cdot t. \quad (19)$$

Ðiuo atveju pirmo laipsnio polinominẽs regresijos tiesẽ sutampa su tiesinẽs regresijos tiese.

Pritaikydami polinominã regresijã 3 lentelės duomenims nuo polinomo laipsnio $n = 1$ iki $n = 4$, gauname tokias keturias iðraiðkas:

$$A_1(273,16+^{\circ}t) = 20,076371 + 3,767943 \cdot 10^{-4} \cdot t, \quad (20)$$

$$A_2(273,16+^{\circ}t) = 20,076672 + 3,557908 \cdot 10^{-4} \cdot t + 2,274585 \cdot 10^{-7} \cdot t^2, \quad (21)$$

$$A_3(273,16+^{\circ}t) = 20,070896 + 9,758333 \cdot 10^{-4} \cdot t - 1,573547 \cdot 10^{-5} \cdot t^2 + 1,103499 \cdot 10^{-7} \cdot t^3, \quad (22)$$

$$A_4(273,16+^{\circ}t) = 20,068906 + 0,001277 \cdot t - 2,888101 \cdot 10^{-5} \cdot t^2 + 3,164041 \cdot 10^{-7} \cdot t^3 - 1,044942 \cdot 10^{-9} \cdot t^4, \quad (23)$$

Naudojant iðraiðkas (20) - (23), ið þinomo (13) modelio, kuriame A yra pastovus dydis, galima sukurti naujus modelius, kurie turës priklausomus nuo temperatûros A koeficientus. Tokie modeliai tiksliau atspindi eksperimento rezultatus ir praktiðkai ágalina padidinti parametrinio garso greiðio matavimo metodo tikslumà. Tai aktualu akustiniuose aido -impulsiniuose nuotolio matuokliuose.

Be to, naudojant ðiuos modelius galima surasti ir up ðio temperatûrø diapazono esanèias garso greiðio reikðmes. Svarbi yra garso greiðio reikðmë, esant 0 °C, nes ágalina sulyginti garso greiðio reikðmes su kitø autoriø pasaulyje iðmatuotomis garso greiðio reikðmëmis.

Ið (18) - (23) iðraiðk• surasime garso greiðio reikðmes esant 0 °C pagal formulæ:

$$c_0 = A_0 \sqrt{273,16+^{\circ}t}. \quad (24)$$

Ðias reikðmes suvedame á 4 lentelæ.

4 lentelë. Garso greiðio reikðmës esant 0 °C

Formulë	c ₀ , m/s	Formulë	c ₀ , m/s
(18)	332,010025	(21)	331,818256
(19)	331,822354	(22)	331,722792
(20)	331,813281	(23)	331,689903

Ið 4 lentelës surandame vidutinà $c_{0vid} = 331,8127685$ m/s reikðmæ ir jos iðsibarstymà dël aproksimacijos $\Delta c_0 = 332,010025 - 331,689903 = 0,32$ m/s. Taigi turime c_0 reikðmës iðsibarstymà vien dël aproksimacijos $\Delta c_0(\%) \cong 0,1$ %.

1 lentelëje pateikti eksperimentiniai duomenys gauti 9 dienø trukmës eksperimente. Matavimo vietoje per ðá laikotarpá galëjo pakisti drëgmë, CO₂ ar slëgimas. Todël svarbu nustatyti ðiø átakos faktorio galimà indëlá á A koeficientà (13) modelyje.

Ðiam updaviniui iðsprestti pasinaudosime (11), (12) formulëmis ir 2 lentele.

2 lentelës duomenims pritaikius ketvirto laipsnio polinomina regresijà, gauname tokià analitinà santykinio garso greiðio priklausomybæ nuo slëgimo:

$$\frac{c}{c_0} = 0,999806 + 1,771496 \cdot 10^{-4} p + 1,720669 \cdot 10^{-5} p^2 - 3,172949 \cdot 10^{-7} p^3 + 1,91707 \cdot 10^{-9} p^4. \quad (25)$$

Norint ávertinti kokià átakà eksperimento metu galëjo padaryti slëgio pokyðiai 9 dienø laikotarpiu, reikia þinoti, kiek apskritai mûsø normalioje aplinkoje nekontroliuojamai pakinta oro slëgis. Turëdami galvoje tai, kad slëgio átaka garso greiðiui nedidelë, apsibrëðime, kad maksimaliai galimas slëgio pakitimas eksperimento metu atitiko maksimalias kontrolinio barometro MÐ-49-2, skirto matuoti atmosferiniam slëgiui antþeminimis sulygomis, matavimo ribas. Ðios ribos yra 610 - 790 mm gyv. st. aukðio [186]. Tai atitinka tokio slëgio pokyt• $\delta p \cong (0,803 - 1,039)$ atmosfer•. Dël to pagal (2.23) iðraiðk• turime santykinio garso greiðio pokyt• $\delta(c/c_0) \cong (0,99995918 - 1,00000828)$. $A(c/c_0)$ priklausomybë vertinsime pagal þia iðraiðk•:

$$A(c/c_0) = \frac{c_{0vid}}{\sqrt{273,16}} \cdot \frac{c}{c_0}. \quad (26)$$

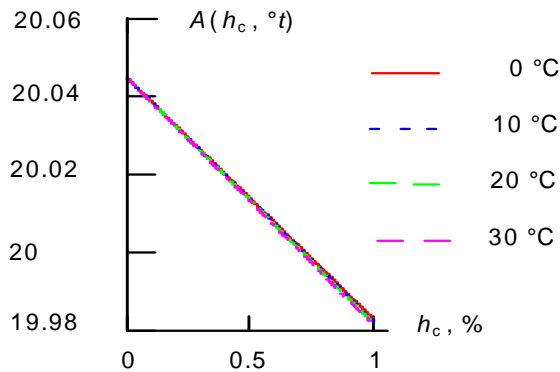
Gauname, kad $A(c/c_0)$ yra nuo 20,076506 iki 20,07552. Taigi $\delta A(\delta p) \cong 0,001$. Palyginæ ðá rezultatà su 2.3 lentelëje pateiktas $\delta A(c, ^{\circ}t)$ skaiðiavimais dël c ir °t matavimo paklaidø, matome, kad nekontroliuojant slëgio gali atsirasti papildoma A koeficiento matavimo paklaida, palyginama su sumine matavimo paklaida dël c ir °t matavimo paklaidø. Dël to taip pat padidëja matavimo rezultatø iðsibarstymas.

Prieð pradedant kiekybiðkai analizuoti drëgmës átakà A koeficientui pagal (11) formulæ pastebime, kad ðis modelis yra ðiek tiek nelogiðkas. Pagal (11) iðraiðkà sprendþiant, kai drëgmë h = 0, tai garso greitis nepriklauso nuo temperatûros. O taip, be abejo, nėra. Be to, iðraiðkose (11) ir (12) $c_0 = 331,29$ m/s [2,13]. Matome, kad (11) ir (12) iðraiðkose garso greitis priklauso ne tik nuo mus ðiuo momentu dominanèio parametro, drëgmës ir CO₂, bet ir nuo temperatûros. Todël ieðkant drëgmës ir CO₂ átakos dydþio A koeficientui, būtina atlikti (11) ir (12) iðraiðkose kuo geresnà temperatûros •takos kompensavimà.

Anglies dvideginio CO₂ atakai ávertinti A koeficiente, atlikus temperatūros atakos kompensavimą, gauname tokią išraišką:

$$A(h_c, t) = \frac{331,29}{\sqrt{273,16}} \cdot \left[1 - \frac{h_c(0,003091 + 2,7 \cdot 10^{-6} \cdot t)}{1,0000974 + 10^{-7} \cdot t} \right] \quad (27)$$

Išraišką (27), kai °t reikšmės 0, 10, 20 ir 30 °C, vaizduojame grafiškai 2 paveiksle.



2 pav. A koeficiento priklausomybė nuo CO₂ ir temperatūros

Iš 2 pav. matome, kad h_c ataka A koeficientui dėl temperatūros mažai keičiasi, ir čia to galima nepaisyti. Esant 30 °C, A(h_c) priklausomybę galima upradyti taip:

$$A(h_c) = 20,045 - 0,064 \cdot h_c \quad (28)$$

Realiai eksperimento metu ore nustatyti CO₂ pokyčiai gana sunku. Tačiau literatūroje [3,19] nurodomas garso greičio sumažėjimas 0,2 m/s dėl 0,03 % CO₂ padidėjimo. Pagal formulę (28) turime ΔA(Δh_c) = ΔA(0,03) ≈ -0,002. Palyginę šią rezultatą su nurodytais 3 lentelėje, matome, kad 0,03 % CO₂ pokytis ore yra reikšmingas dydis garso greičio ávertinimui. Pagal (13) formulę apskaičiavę Δc pokytį dėl ΔA(0,03) ≈ -0,002 pokyčio, gauname, kad esant 273,16 °K, Δc ≈ -0,033 m/s, t.y. apie 6,1 karto mažiau nei nurodyta literatūroje [3].

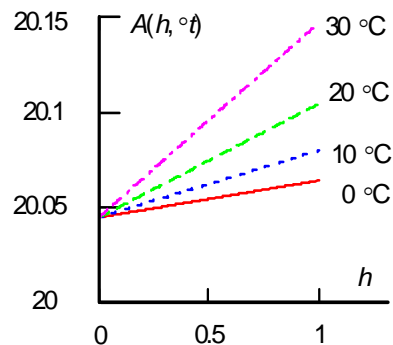
Drėgmės ataką A koeficientui ávertinsime transformuodami (11) išraišką pagal (13) modelą á tokią formulę:

$$A(h, t) = \frac{331,29}{\sqrt{273,16}} \cdot \left[1 + h \cdot (9,66 \cdot 10^{-4} + 7,2 \cdot 10^{-5} \cdot t + 7,2 \cdot 10^{-8} \cdot t^3 + 6,5 \cdot 10^{-11} \cdot t^4) \right] \quad (29)$$

Dios (29) formulės grafikas pavaizduotas 3 paveiksle. Iš jo matome, kad drėgmė yra gana reikšmingas atakos faktorius garso greičio parametriniuose

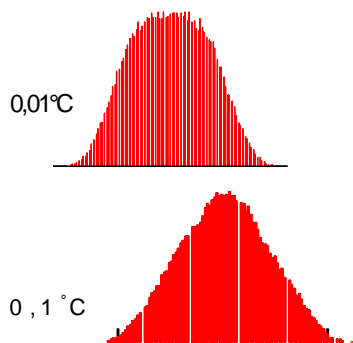
matavimuose. Palyginsime garso greičio pokyčio kiekybišką ávertinimą [3] pagal išraišką (10) ir išraišką (29). Išraiškoje (29) imame pokytį Δh = 0,6 - 1,0, °t = 0 °C, o modelyje (13) T° = 273,16 °K. Apskaičiavę gauname santykiną garso greičio padidėjimą c/c₀ ≈ 0,04 %. Tai, palyginus su ávertinimu pagal (10) išraišką, yra apie 40 kartų mažiau. Tai rodo, kad šiuo klausimu dar nėra sutarimo.

Tolesniam drėgmės atakos A koeficientui ávertinimui vadovausimės naujesniais tyrimais [156], t.y. iš išraiškų (11) gauta formulė (29). Eksperimento metu drėgmės pokytį pasirenkame tarp 0,65 ir 0,7. Todėl dėl drėgmės ΔA(Δh, °t) = A(0,7;30) - A(0,65;30) = 0,005.



3 pav. A(h, °t) koeficiento priklausomybė

Ávertinome absoliutines A koeficiento matavimo paklaidas dėl temperatūros matavimo paklaidos ΔA(°t), dėl garso greičio matavimo paklaidos ΔA(c), kurių suma ΔA(c, °t) pateikta 3 lentelėje. Ávertinome absoliutines paklaidas dėl slėgio ΔA(Δp) ≈ 0,001, dėl CO₂ ΔA(Δh_c) ≈ -0,002, ir dėl drėgmės ΔA(Δh) ≈ 0,005 pokyčių eksperimento metu. Dėjas paklaidas reikia susumuoti. Jis sumuosime, kiekvienai jė sugeneravę 100000 dydžio tolygaus pasiskirstymo atsitiktinių dydžių vektorius, kurių skaičių intervalas yra [-ΔA/2, ΔA/2]. Gauname suminą 100000 skaičių vektorių ΔA_Σ ir surandame šio vektorius skaičių vidutiną kvadratiną nuokrypą bei ir absoliučius maksimalius nuokrypius, kurie atitinka absoliutines matavimo paklaidas. Kadangi pagal 3 lentelę eksperimento metu temperatūra buvo matuojama 0,1 °C ir 0,01 °C tikslumais, turime du skirtingus vektorius ΔA_Σ vidutinius kvadratinus nuokrypius σ ir absoliučius maksimalius nuokrypius. Esant temperatūros matavimo paklaidai 0,01 °C σ_{0,01} = 0,0016, o ΔA_{max} = ±0,0046. Esant temperatūros matavimo paklaidai 0,1 °C σ_{0,1} = 0,002, o ΔA_{max} = ±0,006. Suminio paklaidų vektoriaus pasiskirstymo dėsnio profiliai pavaizduoti 4 pav.



4 pav. Suminių paklaidų vektoriaus pasiskirstymo dėsnio profiliai, esant 0,01 °C ir 0,1 °C temperatūros matavimo paklaidoms

Ávertinsime tiesinę regresijos tiesę pagal (18) formulę ir pirmo laipsnio polinomo (20) paklaidas, t.y. surasime koeficientø a ir b paklaidas tokioje idraidoje:

$$A = a + b \cdot t \quad (30)$$

Tai atliksime pagal binomas matematikos formules. a koeficientui formulėje (30) standartinė paklaida apskaičiuojama iš 3 lentelės duomenų pagal (31) formulę. b koeficientui formulėje (30) standartinė paklaida apskaičiuojama iš 3 lentelės duomenų pagal (32) formulę:

$$SE_a = \frac{1}{N} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [A_{i-1} - (a + b \cdot t_{i-1})]^2 \cdot \sum_{i=1}^N (t_{i-1})^2}{\text{var}(t)}}, \quad (31)$$

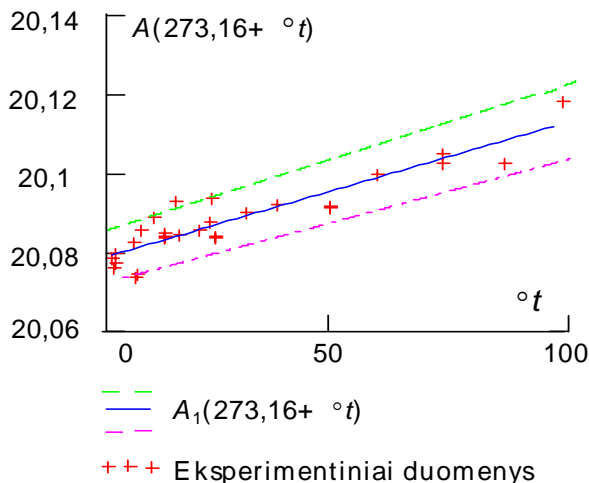
$$SE_b = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [A_{i-1} - (a + b \cdot t_{i-1})]^2}{N \cdot (N - 2) \cdot \text{var}(t)}}. \quad (32)$$

Apskaičiuavus pagal (31) ir (32) formules tiesinės regresijos pagal (18) formulę koeficientø $a=20,088275$ ir $b = 3,767943 \times 10^{-4}$ standartinės paklaidas, gauname, kad $SE_a = 0,020513$, $SE_b = 1,007995 \times 10^{-4}$. Taip pat apskaičiuavus pirmo laipsnio polinominės regresijos tiesę pagal (20) formulę koeficientø $a=20,076371$ ir $b = 3,767943 \times 10^{-4}$ standartinės paklaidas, gauname, kad $SE_a = 0,006424$, $SE_b = 3,1556509 \times 10^{-5}$. Šie apskaičiavimai ágalina korektiškai atlikti skaičiø apvalinimà (18) ir (20) idraidoje. Šiø paskaičiavimø palyginimas rodo, kad pirmo laipsnio polinominės regresijos tiesės standartinės paklaidos $\approx 3,19$ kartø mažesnės nei tiesinės regresijos tiesės

paklaidos. Suapvalinà (20) formulės koeficientus ir ávertindami standartinės paklaidas gauname tokià koeficiento A temperatūrinę priklausomybę:

$$A_1(273,16+t) = (20,0764 \pm 0,0064) + (3,77 \pm 0,32) \cdot 10^{-4} \cdot t \quad (33)$$

Grafiðkai, kartu su duomenimis iš 3 lentelės ir pirmo laipsnio polinominės regresijos tiesę, (33) priklausomybę pavaizduota 5 paveiksle.



5 pav. 3 lentelės eksperimentiniai duomenys, pirmo laipsnio polinominės regresijos tiesė bei jos paklaidø ribos

Taigi patikslintà parametrinà garso greiðio modelà uþraðome taip:

$$c = [(20,0764 \pm 0,0064) + (3,77 \pm 0,32) \cdot 10^{-4} \cdot t] \cdot \sqrt{273,16 + t} \quad (34)$$

Iðvados

1. Ávertinus ávairius átakos faktorius A koeficientui, (13) pavidalo parametriniame modelyje nustatyta, kad A koeficientas priklauso ir nuo temperatūros.

2. Kiekybiðkai ávertinta A koeficiento temperatūrinė priklausomybė.

3. Sukurtas patikslintas parametrinis garso greiðio ore modelis temperatūrø diapazone 0°C - 100°C:

$$c = [(20,0764 \pm 0,0064) + (3,77 \pm 0,32) \cdot 10^{-4} \cdot t] \cdot \sqrt{273,16 + t}$$

4. Pagal naujà parametrinà modelà, neatlikus matavimø, surasta garso greiðio reikðmė, esant 0 °C, kuri ðiuo atveju tokia:

$$c_0 = 331,81 \pm 0,11, \text{ m/s.}$$

5. Atliekant tikslius garso greiðio ore priklausomybės nuo temperatūros matavimus, būtina kontroliuoti ir ávertinti slėgio, anglies dvideginio ir drėgmės átakà.

Simboliai

- A - koeficientas garso greièio modelyje
- δA - A koeficiento pokytis
- A_0 - koeficientas garso greièio modelyje, esant 0 °C
- A_n - koeficientas garso greièio modelyje, aprađytas n-ojo laipsnio polinomu
- a, b - regresinës tiesës koeficientai
- c - garso greitis dujose
- c_0 - garso greitis dujose, esant 0 °C temperatûros
- $\delta(c/c_0)$ - santykinio garso greièio pokytis
- δc - garso greièio pokytis
- c_s - garso greitis sausame ore
- e - vandens garø parcialinis slëgis
- a_e - koeficientas, priklausantis nuo dëpnio, kai 50 - 200 kHz, $a_e \approx 0,00022$
- N - duomenø porø skaièius
- p - dujø statinis slëgis
- δp - dujø statinio slëgio pokytis
- γ - dujø moliniø (specifiniø) ðilumø santykis
- ρ - dujø tankis
- R - universali dujø pastovioji
- T° - absoliutinë temperatûra, Kelvinais, °K
- δT° - absoliutinës temperatûros pokytis, Kelvinais, °K
- $^\circ t$ - temperatûra Celsijaus laipsniais, °C
- M - molekulinis svoris
- h - santykinë drëgmë
- δh - santykinës drëgmës pokytis
- h_c - anglies dvideginio CO₂ koncentracija, %
- δh_c - CO₂ koncentracijos pokytis, %
- σ - vidutinis kvadratinis nuokrypis
- var($^\circ t$) - dispersija

Literatûra

1. **Ááðñáí È.** Óëudðacáóë è ááí rðëiáíáíëá á íáóëá è óáóíëëá, Íáðááíá ñ íáíáóëíáí.-M: Èçá. èííñððááíííé èëðáðáóððú, 1957.- 726 ñ.
2. **Tamašauskas A.** Fizika : Vadov•lis respublikos aukšt. m-kl• inž. spec. studentams / Red. L.Pranevi•ius. - V. : Mokslas, 1987.

3. **Áíðááóíá Á.Á.** è **Ðóááðááñëëë Á.Á.** Áëóñòë-áñëëá íáðíáú è ñðááñóáá èçíáðáíëý ðáññóíýíëé á áíçáóóííé ñðááá. Í.: “Ýíáðáëý”, 1973.- 144 ñ. ñ èë.
4. **Áíðááóíá Á.Á., Ðóááðááñëëë Á.Á.** Áëóñòë-áñëëá íáðíáú èçíáðáíëý ðáññóíýíëé è óíðááëáíëý. - Í.: Ýíáðáíëçááð, 1981.- 208 ñ.
5. **Hickling R., Marin S.P.** The use of ultrasonics for gauging and proximity sensing in air, J. Acoust. Soc. Am. 79(4), April 1986, 1151-1160 p.
6. **Èóóóëíá Ó.** Ñíðááí-íëé ñ ðëççëá : Íáð. ñ íáí. - Í.: Èð, 1982. - 520 ñ., èë.
7. **Quigley Th.H.** An Experimental Determination of the Velocity of Sound in Dry CO₂ - Free Air and Methane at Temperatures Below the Ice Point, Phys. Rev., 67, 298 (1945).
8. Íð-áð í íáó-íí-èññëááíááðáëóñëíé ðááíóá “Ðáçðááíóëá è èññëááíáíëá ñëñóáíú óëúððáçáóéíáíáí éíóáðóáðííáðá áëý ááçíáúð ñðáá”, Èáóíáñ, - 1984. 73 ñ., Áíñ. Ðáá. '01.83.0049479.
9. **Ðáíáíáóñëáñ È., Áñáðëáñ Á.** Í èëíáéííé íáðáíáððë-áñëíé óáðííëííáíñáóëé á áëóñòë-áñëëð ááëü-ííáðáð. - Íáó-ðð. áóçíá Èëð. ÑÑÐ. Óëúððáçáóé, 1984, '16, ñ. 96-99.
10. **Kukkamäki T.J.** "Neue Messung der Schallgeschwindigkeit in freier luft", Ann. Phys. 31, 398-406 (1938).
11. **McAdie A.** "Velocity of sound in free air", Ann. Harvard Col. Observatory 86, Part 2, 107-117 (1923).
12. **Ischii Ch.** Supersonic velocity in gases, especially in dry and humid air. - Sci.Pap. Inst. Phys. Chem. Res. Tokio, 1935, 26, 201.
13. **Wong G.S.K. and Embleton T.F.W.** Variation of the speed of sound in air with humidity and temperature, J. Acoust. Soc. Am. 77(5), May 1985, 1710-1712 p.
14. **Hodge A.H.,** An Experimental Determination of Ultrasonic Velocity in Several Gases at Pressures Between one and one hundred Atmospheres, Journ. Chem. Phys., 5, 974 (1937).
15. **Èýé Á., Èýáé Ó.** Óááçëóú ðëçç-áñëëð è ðëíë-áñëëð ñíñóíýííúð - Í.: Áíñ. èçá. ðëç-íáð. èëðáðáóððú, 1962, 248 ñ.
16. **Íçáðáá Á.Ó., Óááñòë-áíëí Í.Á.** Ííëáçéýðíáý áëóñòëëá. Ó-áá. Íñíáëá áëý íáá. Èí-óíá. Í., “Áúño. Óëíëá”, 1974.- 288 ñ. ñ èë.
17. **Howell G.P. and Morfey C.L.** Frequency dependence of the speed of sound in air. J. Acoust. Soc. Am. 82(1), July 1987, 375-376 p.
18. **Íááëóëëé Í.Á., Çíáðáð È.Á.** Íóáíëá ñáðáóííñóáé ðáçóëúðáðá èçíáðáíëé. - 2-á èçá. íáðáðáá. È áíñ. - È.: Ýíáðáíáðíëçááð. Èáíëíáð. íðá-íëá, 1991. - 304 ñ.: èë.
19. **Hardy H.C., Telfair D., Pielemeier W.H.** The velocity of sound in air. - Journ. Acoust. Soc. Amer., 1942, '13, 226.

J. Ramanauskas

Improved parametric model of speed of sound in the air

Summary

A new more accurate model approximating experimental data of sound velocity upon air temperature in the range from 0°C to 100°C is described.

DOI: 10.5755/j01.u.26.1.7841