

## Pjezoelemento radialinių rezonansų ir antirezonansų analizė baigtinių elementų metodu

D.Kybartas

Biomedicininės inžinerijos laboratorija

Kauno technologijos universitetas

### Įvadas

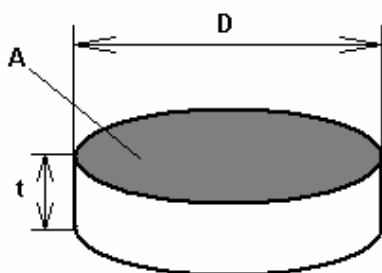
Disko formos pjezoelementai (1 pav.) dažnai yra naudojami kaip pagrindinės ultragarsinių keitiklių sudedamosios dalys. Tarp įvairių kitų virpesių modų, atsirandančių šiuose pjezoelementuose, ypatingą vietą užima radialinės modos [1]. Kartais radialiniai virpesiai yra naudingi, kartais jų siekiama išvengti. Kuriant disko formos keitiklius, visada reikia žinoti šių virpesių dažnius.

Jei keitiklis yra sužadinamas storio virpesiams, radialiniai virpesiai yra nepageidaujami. Galima parinkti tokį pjezoelemento skersmenį bei elektrodų matmenis, kad radialinių dedamųjų įtaka būtų minimali.

Radialiniai virpesiai patys savaime taip pat yra naudojami. Tada geometriniais matmenimis bei elektrodų konfigūracija siekiama padidinti pjezoelemento radialinių virpesių efektyvumą esant tam tikriems dažniams [2], [3].

Radialinius rezonatorius, kaip ir bet kurios kitos formos pjezoelementus, galima tirti dviem pagrindiniais būdais – analitiniu ir skaitmeniniu.

Analitinis metodas yra gana plačiai išnagrinėtas [4]. Jis pagrįstas diferencialinių lygčių sudarymu tam tikros geometrinės formos pjezoelementui ir elektrodams. Šios lygtys sudaromos remiantis įtempimų, deformacijų, elektrinio lauko stiprumo bei elektrinės indukcijos pjezoelektrinėje medžiagoje tarpusavio priklausomybėmis, Maksvelo lygtimis bei kraštinėmis sąlygomis. Lygčių sprendiniai susieja realaus pjezoelemento įtempimus ir deformacijas, taip pat leidžia, suintegravus per visą elektrodų plotą, rasti pilnutinį pjezoelemento laidumą. Pagrindiniai šio metodo privalumai – sprendinių akivaizdumas, siejantis pjezomedžiagos parametrus su būdingais virpesių dažniais, taip pat galimybė gauti apibendrintas keitiklių lygtis. Tačiau šiuo metodu gaunamos išraiškos negali būti taikomos skaičiuojant



1 pav. Disko formos pjezoelementas su išsistiniais elektrodais (A)

pjezoelementus su kitokios konfigūracijos elektrodais, t.y. šis metodas nėra universalus.

Pastaruoju metu, padidėjus skaičiavimo technikos spartai, pjezoelementai dažnai yra analizuojami skaitmeniškai. Vienas pagrindinių skaitmeninių metodų yra baigtinių elementų metodas (BEM). Nors šiuo metodu negalima gauti apibendrintų sprendinių, tačiau jis yra universalus – galima gauti sprendinius bet kokios geometrinės formos pjezoelementams ir elektrodams. Diskinių pjezoelementą šiuo metodu patogiau analizuoti dar ir todėl, kad ašiai simetriškų kūnų analizei galima taikyti dvimatį modelį, įvertinantį tą simetriškumą [5], [6].

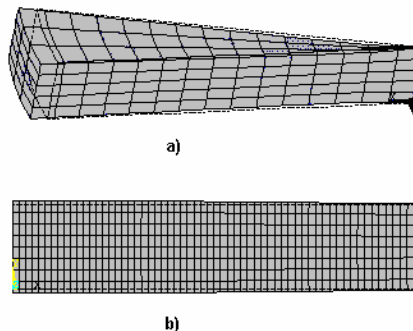
### Analizės baigtinių elementų metodu etapai

Pjezoelemento analizė baigtiniais elementais susideda iš kelių etapų: pjezomedžiagos pastoviųjų (konstantų) nustatymo, disko geometrijos modelio, baigtinių elementų tinklelio (erdvinės diskretizacijos), dažnio žingsnio (dažninės diskretizacijos) parinkimo, paties modeliavimo ir gautų rezultatų pateikimo.

**Nustatyti pjezomedžiagos pastoviąsias** ypač aktualu, kai pjezokeramika yra poliarizuojama pjezoelementų gamybos metu. Tokiu atveju nebegalima naudoti literatūroje pateikiamų jos parametrų [7], nes jie keičiasi poliarizavimo metu. Kaip nustatomos realios keramikos konstantos bus nagrinėjama kitame skyriuje.

**Diskinio pjezoelemento geometrinis matmenis aprašyti** nesudėtinga. Tiriant radialinius virpesius, galimi du geometrijos pateikimo tipai – trimatis arba dvimatis [6].

Trimačiu atveju modeliuojamas visas diskas arba jo sektorinė išpjova (2 pav. a). Modeliuojant sektorinę išpjovą, nustatomos simetrijos sąlygos pjūvių plokštumose. Šios simetrijos sąlygos reiškia mechaninių bei elektrinių poveikių ir reakcijų simetriją sektoriaus



2 pav. Naudoti trimatis (a) ir dvimatis (b) pjezodisko modeliai

šoninių plokštumų atžvilgiu. Jų reikia tam, kad, sudarant disko sektorių aprašančių lygčių sistemą, jos sprendinys nesiskirtų nuo visą diską aprašančios lygčių sistemos sprendinio.

Dvimačiu atveju (2 pav. b) sukuriama plokštuma, turinti ašinę simetriją vertikaliuosios ašies atžvilgiu. Tokiu atveju lygčių sistema aprašo diską, kaip kūną, gautą apskukus sukurtą plokštumą apie vertikaliają ašį.

**Baigtinių elementų tinklelis parenkamas** priklausomai nuo maksimalaus analizuojamo dažnio. Yra nustatyta [8], kad, modeliuojant virpamuosius procesus, reikia ne mažiau kaip 10 baigtinių elementų viename tampriosios bangos ilgyje. Paklaidos tada neviršija 3%. Siekiant didesnio tikslumo, rekomenduojama naudoti iki 20 elementų vienam bangos ilgiui. Tampriosios bangos sklaidimo greitis plokštumoje, statmenoje keramikos poliarizacijos vektorių kryptims (radialinių virpesių atvejis), randamas remiantis [9]:

$$v = \sqrt{\frac{c_{44}^E}{\rho} + \frac{e_{15}^2}{\varepsilon_{11}^S \cdot \rho}}, \quad (1)$$

čia  $\rho$  - keramikos tankis;  $c_{44}^E, e_{15}, \varepsilon_{11}^S$  - atitinkamos stangrumo, pjezoelektrinė ir dielektrinė pastoviosios. Keramikoje CTS-19 šis greitis lygus 2298.8 m/s (bangos ilgis  $\lambda=2.299$  mm). Todėl norint analizuoti radialinių virpesių dažnius iki 1 MHz, baigtinio elemento dydis turi būti ne didesnis kaip

$$l_{el} = \frac{\lambda}{10} \approx 0.23 \text{ mm.}$$

Kai disko skersmuo  $D=16$  mm, jo spindulys turi būti padalytas į ne mažiau kaip 35 baigtinius elementus.

**Dažnio žingsnis parenkamas** priklausomai nuo dviejų vienas kitam prieštaraujančių veiksnių: rezultatų tikslumo ir skaičiavimo greičio. Kuo mažesnis dažnio žingsnis, tuo tiksliau yra nustatomi rezonansų ir antirezonansų dažniai. Tačiau kiek kartų sumažinamas dažnio žingsnis, tiek pat kartų padidėja skaičiavimo laiko sąnaudos. Kompromisą galima pasiekti naudojant adaptyvų dažnio žingsnį, priklausantį nuo rezultatų kreivės statumo. Tada rezonansų ir antirezonansų aplinkoje naudojamas mažesnis žingsnis (0.2-0.3 kHz), o lėkštesnėje kreivės dalyje – didesnis (2-5 kHz). Parenkant dažnio žingsnį kiekvienoje kreivės dalyje, reikia atlikti preliminarų modeliavimą pastoviu žingsniu. Po rezultatų analizės išskiriamos rezonansų aplinkos zonos ir tada nustatomas žingsnis kiekviename visos tiriamų dažnių srities intervale.

**Modeliavimo** metu sprendžiamos pjezodiską aprašančios baigtinių elementų metodo lygtys. Vienas svarbiausių modeliavimo parametru yra skaičiavimo greitis. Jis priklauso nuo baigtinių elementų skaičiaus modelyje, dažnio žingsnio, taip pat nuo pasirinkto lygčių sistemų sprendimo metodo. Dažniausiai yra naudojami du lygčių sistemų sprendimo metodai [10] – bangos fronto metodas arba jungtinių gradientų metodas. Pirmasis naudojamas modeliams, turintiems iki keleto tūkstančių elementų, ir yra pagrįstas ne visam analizuojamam kūnui, bet tik tam tikrai jo baigtinių elementų daliai (vadinamajam bangos frontui) sudarytos lygčių sistemos

sprendimu. Antrasis metodas naudojamas didesniems modeliams, sprendžiant lygčių sistemą iteraciniu jungtinių gradientų metodu.

Pjezoelementų modeliavimui dažniau naudojamas bangos fronto metodas. Jis pasirenkamas todėl, kad sprendinys visuomet konverguoja, ko negalima pasakyti apie jungtinių gradientų metodą.

**Rezultatų pateikimas** apima jų apdorojimą ir vizualizaciją.

### Pjezomedžiagos pastoviųjų nustatymas

Pjezokeramikos stangrumo, pjezoelektrinių ir dielektrinių pastoviųjų gavimas yra pagrįstas grynųjų virpesių modų išskyrimu ir jų rezonansinių bei antirezonansinių dažnių matavimu. Visą šių konstantų sistemą  $\infty$ mm kristalografines klases, kuriai priklauso ir pjezokeramika, medžiagoms sudaro 10 nepriklausomų pastoviųjų: penkios stangrumo ( $c_{11}^E, c_{12}^E, c_{13}^E, c_{33}^E, c_{44}^E$ ), trys pjezoelektrinės ( $e_{15}, e_{31}, e_{33}$ ) ir dvi dielektrinės ( $\varepsilon_{11}^S, \varepsilon_{33}^S$ ). Visiems šiems parametrams nustatyti naudojami penki skirtingų formų pjezoelementai, kurių kiekviename vyrauja vieno tipo virpesiai [11], [12]. Pastoviosios randamos remiantis vyraujančios virpesių modos rezonansų ir antirezonansų dažnių matavimais.

Analizuojant realaus pjezoelemento ( $D=16$ mm,  $t=1.6$  mm) virpesius BEM programų paketu ANSYS [10] ir lyginant kompiuterinės analizės rezultatus su eksperimentiniais, buvo nustatyta, kad, neįvertinant keramikos savybių pokyčių poliarizavimo metu, gaunami rezonansinių dažnių nesutapimai siekia 10%. Todėl modeliuojant pjezokeitklį iš konkrečios keramikos, visada turi prasme jos stangrumo ir pjezpastoviųjų nustatymas.

Tirtu pjezoelektrinio disko atveju buvo apsiribota radialiniams virpesiams įtaką darančių pastoviųjų radimu.

Naudojant visas metodikas, nustatomos elastingumo  $|s^E|$  ir pjezoelektrinių  $|d|$  konstantų matricos, o BEM modelyje naudojamos  $|c^E|$  ir  $|e|$  konstantos. Iš vienos sistemos į kitą konstantos transformuojamos naudojantis jų tarpusavio sąryšiais:

$$[c] = [s]^{-1}, \quad (2)$$

$$[e] = [d] \cdot [c^E]. \quad (3)$$

Pjezoelektrinio disko [7] radialiniai rezonansai yra sąlygojami lygties

$$\xi \cdot J_0(\xi) - (1 + \sigma) \cdot J_1(\xi) = 0 \quad (4)$$

šaknų  $\xi_n$ . Šių šaknų reišmės priklauso tik nuo keramikos Puasono koeficiento

$$\sigma = -\frac{s_{12}^E}{s_{11}^E}. \quad (5)$$

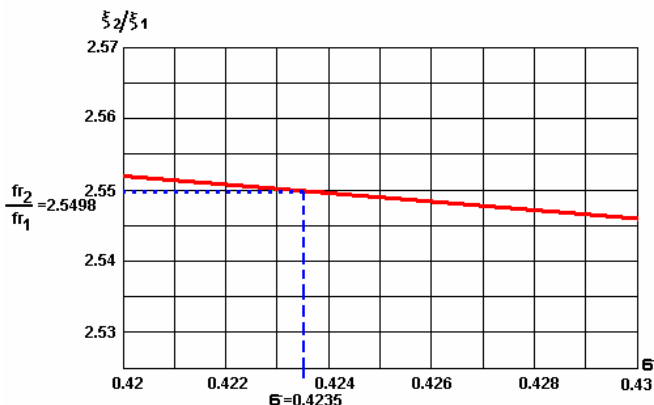
Žinant (4) lygties šaknis bei  $s_{11}^E$  ir  $s_{12}^E$ , radialinių rezonansų dažniai randami taip

$$f_{rn} = \frac{\xi_n}{2\pi R} \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho \cdot s_{11}^E \cdot (1 - \sigma^2)}}. \quad (6)$$

Skirtingiems rezonansams (6) lygtyje turi įtakos tik skirtingos šaknų  $\xi_n$  reikšmės. Nesunku pastebėti, kad antrojo ir pirmojo radialinių rezonansų santykis yra lygus antrosios ir pirmosios (4) lygties šaknų santykiui:

$$\frac{f_{r2}}{f_{r1}} = \frac{\xi_2}{\xi_1} \quad (7)$$

Puasono koeficientas nustatomas išmatavus pirmojo ir antrojo radialinių rezonansų dažnius bei radus jų santykį. Žinant, kad  $\sigma$  yra intervale (0.2-0.5), sprendžiama (2) lygtis, imant skirtingas jo reikšmes, ir randamas šaknų santykis  $\xi_2 / \xi_1$  (3 pav.). Tada, turint realių rezonansinių dažnių santykį ir remiantis (7), nustatomas  $\sigma$ .



3 pav. Puasono koeficiento  $\sigma$  radimas pagal radialinių rezonansų santykį iš disko virpesius aprašančios lygties šaknų santykio  $\xi_2 / \xi_1$

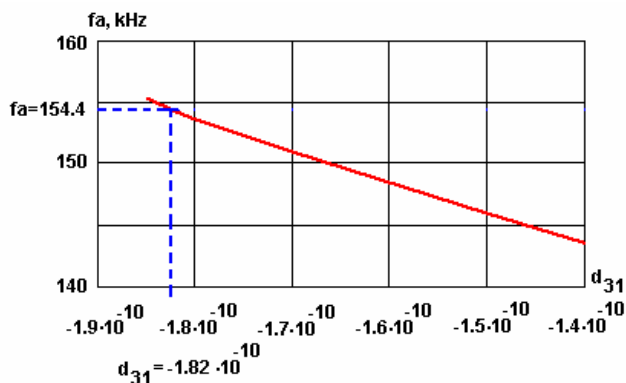
Pagal pirmojo radialinio rezonanso dažnį, žinant  $\xi_1$  ir  $\sigma$ , iš (6) randamas  $s_{11}^E$ , o iš (5) -  $s_{12}^E$ .

Kitus elastingumo parametrus panaudojus tokius pat kaip [7] ir pritaikius (2), gaunama radialiniams rezonansams modeliuoti reikalinga stangrumo parametru matrica (1 lentelė, trečias stulpelis).

Iš [4] ir [7] pateikiamos radialinių įtempimų išraiškos

$$T_{rr} = \frac{1}{s_{11}^E(1-\sigma^2)} \left( \frac{du_r}{dr} + \sigma \frac{1}{r} u_r \right) - \frac{d_{31}}{s_{11}^E(1-\sigma)} E_z \quad (8)$$

matyti, kad antirezonansą sąlygoja pjezoelektrinė konstanta  $d_{31}$ . Ši konstanta rasta sutapdinant pirmojo radialinio antirezonanso dažnį, gaunamą modeliuojant diską BEM, su išmatuotu eksperimentiškai (4 pav.). Kartu buvo nustatyta, kad jos kitimas rezonansiniam dažniui įtakos neturi.



4 pav. Pjezokonstantos  $d_{31}$  gavimas antirezonansų sutapdinimo būdu

BEM analizei ANSYS programiniame pakete reikalinga pjezoelektrinių  $e$  konstantų matrica randama remiantis (3) lygtimi.

Vienas svarbiausių pjezokeramiką apibūdinančių parametru yra elektromechaninio ryšio koeficientas, apibūdinantis pjezoelemente pakeistos ir veikiančios energijos santykį

$$k = \sqrt{\frac{W_{Pakeista}}{W_{Veikianti}}} \quad (9)$$

Radialinių virpesių atveju šis koeficientas randamas [12], [13] iš pirmojo radialinio rezonanso ir antirezonanso dažnių

$$\frac{k_r}{1-k_r} = \frac{(1-\sigma) \cdot J_1[A] - A \cdot J_0[A]}{(1+\sigma) \cdot J_1[A]} \quad (10a)$$

$$A = \xi_1 \cdot \left( 1 + \frac{f_a - f_r}{f_r} \right) \quad (10b)$$

Iš rezonanso ir antirezonanso dažnių nustatytas elektromechaninio ryšio koeficientas gautas lygus 0.42 (1 lentelė), t.y. jis padidėjo po keramikos perpolarizavimo.

1 lentelė. Pjezokeramikos stangrumo ir pjezoelektrinės pastoviosios bei radialiniai elektromechaninio ryšio koeficientai

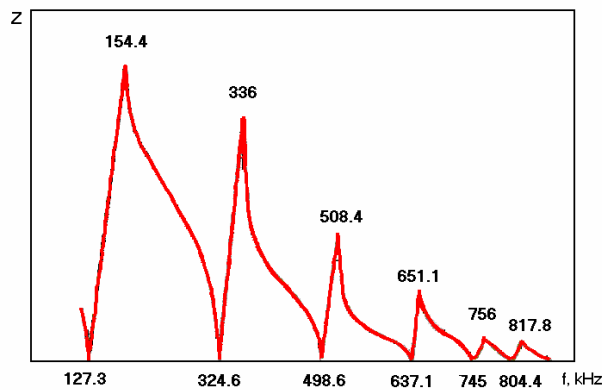
	Originali CTS-19	Perpolarizuota CTS-19
$c_{11}^E$ , Pa	$10.9 \cdot 10^{10}$	$9.041 \cdot 10^{10}$
$c_{12}^E$ , Pa	$6.1 \cdot 10^{10}$	$5.138 \cdot 10^{10}$
$c_{13}^E$ , Pa	$5.4 \cdot 10^{10}$	$4.417 \cdot 10^{10}$
$c_{33}^E$ , Pa	$9.3 \cdot 10^{10}$	$8.706 \cdot 10^{10}$
$c_{44}^E$ , Pa	$2.4 \cdot 10^{10}$	$2.347 \cdot 10^{10}$
$e_{15}$ , C/m <sup>2</sup>	10.6	10.563
$e_{31}$ , C/m <sup>2</sup>	-4.9	-12.288
$e_{33}$ , C/m <sup>2</sup>	14.9	10.281
$k_r$	0.4	0.42

### Modeliavimo ir eksperimentų rezultatai

Radialiniai disko virpesiai buvo tirti lyginant rezonansų ir antirezonansų dažnius trimis atvejais – eksperimentiniu, modeliavimo baigtinių elementų metodu ir teorinių skaičiavimų. Tirtas jau anksčiau minėtas 16 mm skersmens ir 1.6 mm storio diskas iš perpolarizuotos CTS-19 keramikos su ištisiniais elektrodais. Šis diskas buvo skirtas šilumos skaitiklių ultragarsiniam matavimo kanalui ir jo storio virpesių rezonansinis dažnis buvo apie 1.35 MHz.

Pagrindu imta eksperimentiškai išmatuota impedanso charakteristika radialinių rezonansų iki storio virpesių

srityje (5 pav.). Šioje charakteristikoje papildomai buvo tikslinti rezonansų ir antirezonansų dažniai (skaičiai šalia kreivės). Dažnio mastelis kito pagal logaritminę skalę.

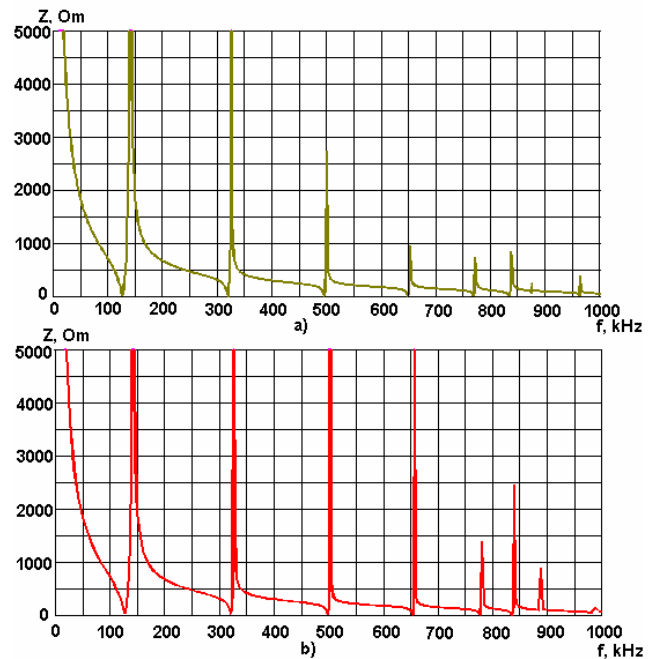


5 pav. Eksperimentinė radialinių virpesių impedanso charakteristika. Skaičiais prie kreivės sužymėti būdingieji dažniai

Iš būdingųjų dažnių nustačius stangrumo ir pjezoelektrines pastovias, pagal [7] pateiktą metodiką atlikti teoriniai skaičiavimai ir nustatyti radialinių rezonansų dažniai.

Prieš pradėdant analizę, buvo palyginti dvimatis ir trimatis (15 laipsnių disko sektoriaus) modeliai. Šio palyginimo metu naudoti patikslinti stangrumo parametrai, bet neįvertintas  $d_{31}$  pokytis. Lyginant rezonansų ir antirezonansų dažnius nustatyta, kad abiem atvejais jie gaunami panašūs (6 pav.). Amplitudžių skirtumas paaiškinamas dideliu charakteristikos statumu rezonanso aplinkoje (neįvertinami nuostoliai medžiagoje), todėl dėl dažnio diskretiškumo gaunamos skirtingos impedanso vertės.

Lyginant dvimatį ir trimatį modelius, disko spindulys buvo padalytas į 30 baigtinių elementų dvimačiu atveju ir 20 elementų trimatį atveju. Atsižvelgiant į jau pateiktus skaičiavimus, rezultatus iki 570 kHz galima laikyti pakankamai tiksliais ir lyginti tarpusavyje. Daugiau elementų neleidžia naudoti naudotos skaičiavimo technikos sparta (IBM PC Pentium II 266 MHz, 64 MB RAM) – trimatį atveju 3 pav. pateikta charakteristika

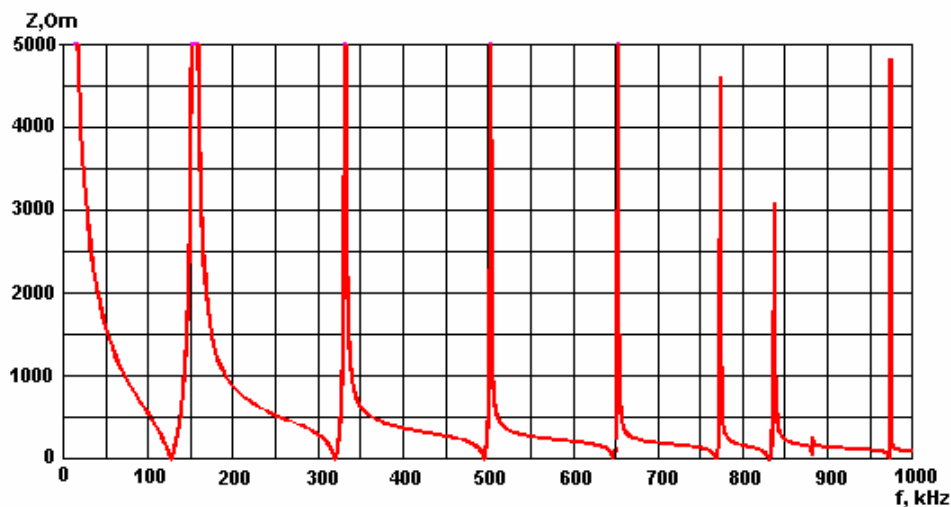


6 pav. Dvimačio (a) ir trimatžio (b) disko modelių palyginamosios impedansų charakteristikos

buvo skaičiuota apie 8 valandas.

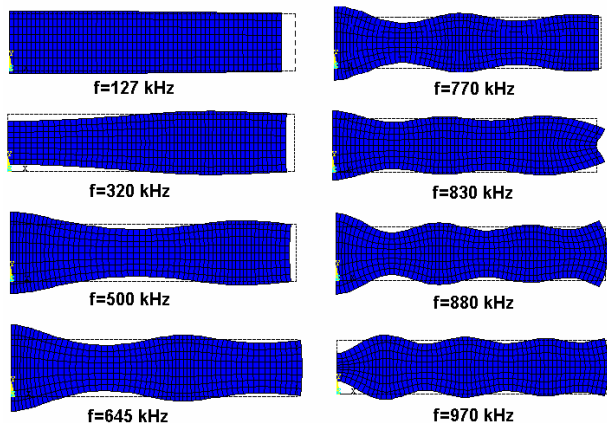
Lyginamosios analizės metu buvo renkama ši koki modelį naudoti tolesniuose disko tyrimuose. Vienas iš lemiamų veiksnių buvo ir skaičiavimo sparta. Dvimačiu atveju skaičiavimo sparta buvo iki 4 kartų didesnė. Atsižvelgiant į mažus būdingųjų dažnių skirtumus abiem tirtais atvejais, taip pat didesnę dvimačio modelio skaičiavimo spartą, šis modelis pasirinktas tolesniems tyrimams.

Sudarius dvimatį ašiai simetrišką modelį, atliktas skaitmeninis impedanso kreivės patikrinimas BEM. Atsižvelgiant į lyginamosios analizės rezultatus bei (1), buvo pasirinktas baigtinių elementų tinklas - 50 baigtinių elementų pagal spindulį ir 8 pagal storį. Tirta dažnių sritis nuo 20 kHz iki 1 MHz (7 pav.). Dažnio žingsnis buvo parenkamas priklausomai nuo impedanso kreivės statumo ir buvo 0.3-0.4 kHz rezonansų aplinkoje ir 3-5 kHz - mažo



7 pav. Disko radialinių virpesių impedanso charakteristika, gauta baigtinių elementų metodu

kreivės statumo dalyse. Kiekvieno rezonanso aplinkoje buvo atliekami papildomi modeliavimai, naudojant 0.3 kHz dažnio žingsnį, siekiant rasti tikslesnius rezonansų ir antirezonansų dažnius. Rezonansų aplinkoje vizualizuotos virpesių formos (8 pav.). Rezultatai lyginami 2 lentelėje.



8 pav. Radialinių virpesių formos (pavaizduotas BEM modelis - pusė disko pjūvio)

2 lentelė. Teorinių, eksperimentinių ir BEM analizės metu gautų radialinių rezonansų ir antirezonansų dažnių palyginimas

Teoriniai	Eksperimentiniai		BEM	
	fr, kHz	fa, kHz	fr, kHz	fa, kHz
127.3	127.3	154.4	127	154.5
324.6	324.6	336.0	320	332
514.9	498.6	508.4	497	504
704.2	637.1	651.1	648	653.5
893.1	745.0	756.0	769	774
1081.8	804.4	817.8	831	837

Iš jų matome, kad eksperimentinių ir BEM analizės metu gautų keturių pirmųjų radialinių rezonansų būdingųjų dažnių nesutapimai neviršija 1%. Aukštesnių rezonansų dažnių nesutapimas neviršija 3%.

To negalima pasakyti apie teorinio skaičiavimo rezultatus. Su eksperimentiniais duomenimis sutampa tik pirmojo ir antrojo rezonansų dažniai, nes jie buvo naudoti nustatant stangrumo konstantas. Apskaičiuotas trečiojo radialinio rezonanso dažnis skiriasi nuo eksperimentinio 3%, ketvirtojo – 10%.

## Išvados

Atliktuose tyrimuose panaudotas pjezokonstantų nustatymo metodas, suderinantis teorinį pjezoelektrinio disko modelį bei baigtinių elementų metodą. Lyginant eksperimentinių ir modeliavimo rezultatų sutapimą nustatyta, kad šį metodą galima taikyti ir gaunamos pjezokonstantų reikšmės pakankamai tikslios.

Lyginant teorinius ir eksperimentinius rezultatus buvo pastebėtas radialinių rezonansų dažnių nesutapimas, didėjantis didėjant dažniui. Eksperimentiniai rezonansų dažniai yra žemesni už teoriškai apskaičiuotus.

Šį nesutapimą galima paaiškinti pjezoelemento storio įtaka, kurios neįvertina teorinis modelis. Kai pjezoelektrinis disko storis yra dešimtis kartų mažesnis už

jo skersmenį, galima taikyti klasikinį radialinių virpesių modelį. Tirtame diske skersmens ir storio santykis yra 10, todėl storio įtaka pastebima jau trečiojo radialinio rezonanso dažnio pasislinkime į žemesnius dažnius.

Tuo tarpu baigtinių elementų metodu galima gana tiksliai nustatyti radialinių rezonansų dažnius. Dažniui didėjant, BEM analizės metu nustatytų radialinių virpesių dažnių paklaida didėja dėl dviejų priežasčių: dėl mažėjančio baigtinių elementų skaičiaus vienam virpesių bangos ilgiui ir dėl didėjančios storio virpesių įtakos, kai storio virpesius sąlygojančios stangrumo pastoviosios ir pjezopastoviosios nėra tiksliai žinomos.

Už pagalbą ir konsultacijas atliekant pjezoelektrinio disko impedanso matavimus dėkoju Biomedicininės inžinerijos laboratorijos moksliniam bendradarbiui dr. A. Jašinskiui; už konsultacijas lygčių su Beselio funkcijomis sprendimo klausimais esu dėkingas dr. N. Listopadskuii.

## Literatūra

1. **Mason W. P.** Electrostrictive effects in barium titanate ceramics // *Physical Review*. 1948. 74. P.1134-1147.
2. **Munk E. C.** The equivalent electrical circuit for radial modes of a piezoelectric ceramics disk with concentric electrodes // *Phillips Res.Repts*. 1965. 20, N 2. P.170-189.
3. **Саяускас С., Званорюс В.** Исследование дисковых многомодовых пьезопреобразователей. // *Ультразвук*. 1986. No.18. P. 65-70.
4. **Шульга Н., Болкисев А.** Колебания пьезоэлектрических тел. Киев: Наукова думка, 1990.
5. **Kochbach J., Lunde P., Vestheim M.** FE Simulations of Piezoceramic Disks with a Front Layer of Varying Thickness // *Proc. of 1999 IEEE International Ultrasonics Symposium*, 1999.
6. **Peelamedu S., Kosaraju C., Naganathan G., Rao D.** Numerical approach for axisymmetric piezoceramic geometries towards fluid control applications // *Journal of Systems and Control Engineering*. 2000. N 214.
7. **Кажис Р.** Ультразвуковые информационно-измерительные системы. Vilnius: Mintis, 1986.
8. **Abboud N. N., Wojcik G. L., Vaughan D. K.** Finite Element Modelling for Ultrasonic Transducers // *Proc. Of SPIE Int. Symp. Medical Imaging*, 1998.
9. **Дьелесан Э., Руайде Д.** Упругие волны в твердых телах: применение для обработки сигналов. Москва: Наука, 1982.
10. **ANSYS/ED. Users Manual.** Release 5.4. Ansys Inc. 1997.
11. **IEEE Standard on Piezoelectricity.** The Institute of Electrical and Electronic Engineers. 1988.
12. **Ленк А.** Электромеханические системы: системы с распределенными параметрами. – Москва: Энергоиздат, 1982.
13. **Яффе Б., Кук У., Яффе Г.** Пьезоэлектрическая керамика. Москва: Мир, 1974.

D. Kybartas

## Analysis of radial mode resonance and antiresonance using finite elements method

### Summary

Theoretical approach to radial mode oscillations of a piezoelectrical disk is well known. The proposed approach can be used in the case of a thin disk only. In the case of a thick disk radial resonance frequencies are shifted to lower frequencies and theoretical approach gives inaccurate results. Frequencies mismatching amounts to 10% and more in this case. Finite elements method (FEM) gives better accuracy of simulations because influence of a thickness mode is evaluated.

Impedance curve fitting in FEM analysis may be used for determination of the piezoelectric constant  $d_{31}$  also.

Pateikta spaudai: 2000 06 12



DOI: 10.5755/j01.u.35.2.7972